ВЫХОДИТ РАЗ В ДВЕ НЕДЕЛИ

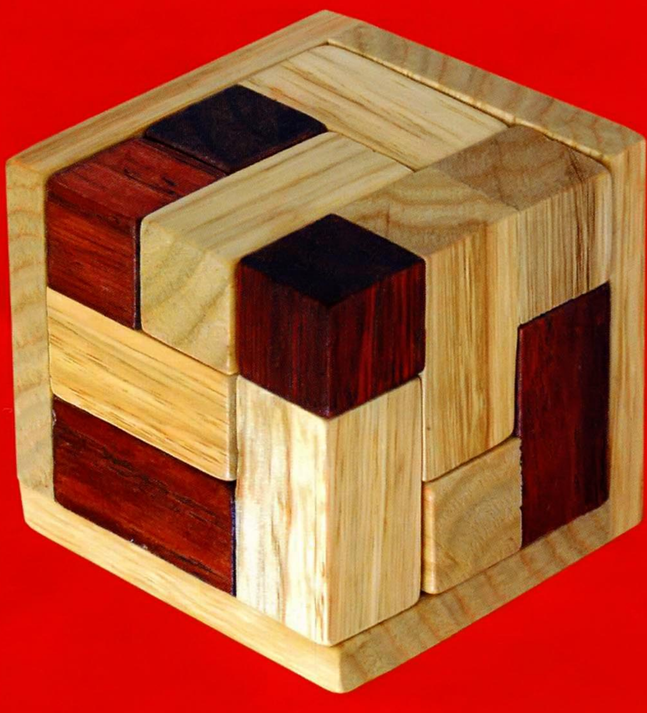
Рекомендуемая розничная цена: 279 руб.
Розничная цена: 49,90 грн, 39 900 бел. руб., 990 тенге

Занимательные ГОЛОВОЛОМКИ

КОЛЛЕКЦИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ИГР ОТ DeAGOSTINI

57

Кубики сома в перспективе



ISSN 2225-1782
00057
9 772225 178772

DeAGOSTINI

занимательные ГОЛОВОЛОМКИ

КОЛЛЕКЦИЯ ЛОГИЧЕСКИХ ИГР ОТ DeAGOSTINI

В этом выпуске:

Математическая вселенная

Цепи Маркова Очень часто во множестве биологических, социальных процессов и даже в теоретической физике наблюдаются случайные события, связанные между собой подобно звеньям одной цепи. Цепь, соединяющая эти события, обладает особым свойством: каждое ее звено в некотором роде определяет, каким будет следующее звено, которое, тем не менее, не зависит от предыдущего. Эти цепи изучал русский математик Андрей Андреевич Марков, и теперь они названы в его честь.

Блистательные умы

Андрей Колмогоров — один из крупнейших русских математиков всех времен. В возрасте 19 лет он описал функцию, в существование которой не верил ни один член математического сообщества. К своим 30 годам Колмогоров возглавлял Институт математики и механики МГУ. В 1935 году Колмогорову была присвоена степень доктора физико-математических наук без защиты диссертации: к тому моменту в международных журналах было опубликовано 59 его статей, что в полной мере доказывало его заслуги как математика.

Математика на каждый день

Ноль и единица Фундамент любой примитивной системы счисления — единица, на основе которой определяются все остальные числа. В отличие от нее ноль искусственно создан человеком и принадлежит к более сложным системам счисления. Ноль и единица возникли при решении задач, связанных с подсчетами, несколько веков спустя обрели статус абстрактных математических явлений и наконец стали основными элементами современной науки о компьютерах — информатики.

Математические задачки

Некоторые задачи на деление Сегодня с подачи английского головоломщика Сэма Лойда мы будем делить. Попытаемся разрезать квадратную столешницу кухонного столика на минимально возможное число частей, собачью голову из имбирного хлеба — на две части одинаковой формы и размера, и даже Луну — пятью прямыми разрезами. Правда, для этого придется представить, что это кусок зеленого сыра.

Головоломки

Кубики сома в перспективе Если мы посмотрим на эту головоломку с определенной точки, нам покажется, что перед нами — классические кубики сома. Тем не менее фигура, которая кажется пропорциональным кубом, в действительности им не является. Деформация, использованная автором этой головоломки, не только имеет эстетическую и геометрическую ценность, но и существенно сокращает число решений: если у классической головоломки 240 решений, то у ее новой версии — всего одно!

«ЗАНИМАТЕЛЬНЫЕ ГОЛОВОЛОМКИ»
Издание выходит раз в две недели
Выпуск № 57, 2014
РОССИЯ

ИЗДАТЕЛЬ, УЧРЕДИТЕЛЬ, РЕДАКЦИЯ:
ООО «Де Агостини», Россия
ЮРИДИЧЕСКИЙ АДРЕС: 105 066, г. Москва,
ул. Александра Лукьянова, д.3, стр.1
Письма читателей по данному адресу не принимаются.
ГЕНЕРАЛЬНЫЙ ДИРЕКТОР: Николаос Скилакис
ГЛАВНЫЙ РЕДАКТОР: Анастасия Жаркова
ВЫПУСКАЮЩИЙ РЕДАКТОР: Варвара Степановская
ФИНАНСОВЫЙ ДИРЕКТОР: Наталия Василенко
КОММЕРЧЕСКИЙ ДИРЕКТОР: Александр Якутов
МЕНЕДЖЕР ПО МАРКЕТИНГУ: Михаил Ткачук
МЛАДШИЙ МЕНЕДЖЕР ПО ПРОДУКТУ: Любовь Мартынова

Уважаемые читатели! Для вашего удобства рекомендуем приобретать выпуски в одном и том же киоске и заранее сообщать продавцу о вашем желании покупать следующие выпуски коллекции.

Свидетельство о регистрации средства массовой информации в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор) ПИ №ФС77-43310 от 28.12.2010 г.

Для заказа пропущенных номеров и по всем вопросам, касающимся информации о коллекции, заходите на сайт
www.deagostini.ru
По остальным вопросам обращайтесь по телефону бесплатной «горячей линии» в России:
8-800-200-02-01
Телефон «горячей линии» для читателей Москвы:
8-495-660-02-02
АДРЕС ДЛЯ ПИСЕМ ЧИТАТЕЛЕЙ:
Россия, 600001 г. Владимир, а/я 30, "Де Агостини", «Занимательные головоломки»
РАСПРОСТРАНЕНИЕ:
ООО «Бурда Дистрибьюшен Сервисиз»

УКРАИНА
ИЗДАТЕЛЬ И УЧРЕДИТЕЛЬ:
ООО "Де Агостини Паблишинг", Украина
ЮРИДИЧЕСКИЙ АДРЕС: 01032, Украина,
г. Киев, ул. Саксаганского, д. 119
ГЕНЕРАЛЬНЫЙ ДИРЕКТОР: Екатерина Клименко
Свидетельство о государственной регистрации печатного СМИ Министерства юстиции Украины КВ № 17502-6252Р от 01.03.2011
АДРЕС ДЛЯ ПИСЕМ ЧИТАТЕЛЕЙ:
Украина, 01033, г. Киев, а/я "Де Агостини", «Занимательные головоломки»
Україна, 01033, м. Київ, а/с "Де Агостіні"
Для заказа пропущенных номеров и по всем вопросам, касающимся информации о коллекции, заходите на сайт
www.deagostini.ua
По остальным вопросам обращайтесь по телефону бесплатной «горячей линии» в Украине:
0-800-500-8-40

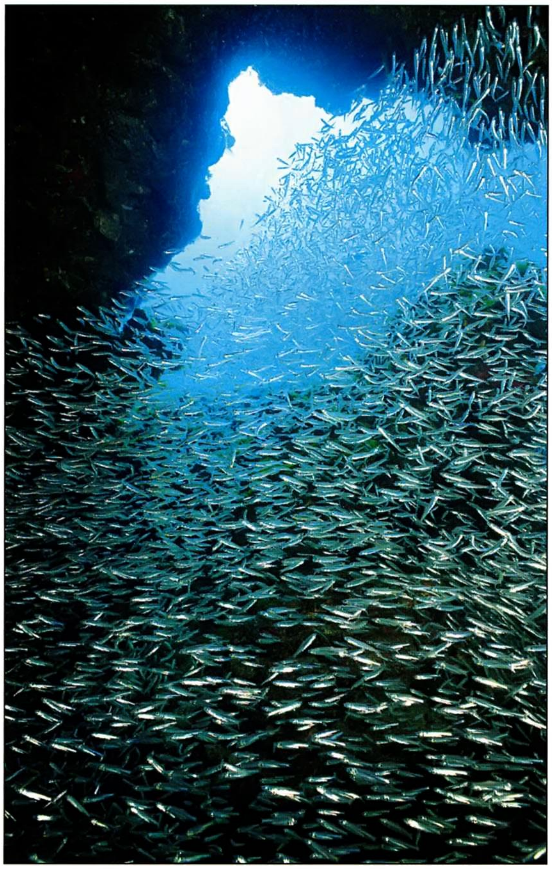
БЕЛАРУСЬ
ИМПОРТЕР И ДИСТРИБЬЮТОР В РБ: ООО «Росчерк», 220037, г. Минск, ул. Авангардная, д. 48а, литер 8/к, тел./факс: (+375 17) 331-94-41, (+375 29) 673-55-55, (+375 33) 637-20-29
Телефон «горячей линии» в Беларуси:
+375 17 279-87-87 (пн-пт, 9.00 — 21.00)
АДРЕС ДЛЯ ПИСЕМ ЧИТАТЕЛЕЙ: Республика Беларусь, 220040, г. Минск, а/я 224, ООО «Росчерк», "Де Агостини", «Занимательные головоломки»

КАЗАХСТАН
РАСПРОСТРАНЕНИЕ: ТОО «КГП «Бурда-Алатау-Пресс»
РЕКОМЕНДУЕМАЯ РОЗНИЧНАЯ ЦЕНА: 279 руб.
РОЗНИЧНАЯ ЦЕНА: 49,90 грн, 39 900 бел. руб., 990 тенге
ОТПЕЧАТАНО В ТИПОГРАФИИ: ООО «Компания Юнивест Маркетинг», 08500, Украина, Киевская область, г. Фастов, ул. Полиграфическая, 10
ТИРАЖ: 40 000 экз.
Издатель оставляет за собой право изменять последовательность номеров и их содержание.
Издатель оставляет за собой право увеличить рекомендуемую цену выпусков.
Неотъемлемой частью каждого выпуска является приложение.

ISSN 2225-1782
ДАТА ВЫХОДА В РОССИИ: 09.04.2014

Стохастические процессы, в особенности марковские цепи, в последние годы широко применяются в таких дисциплинах, как физика частиц, экономика, психопедагогика и эпидемиология.

Стохастические процессы
Цепи Маркова



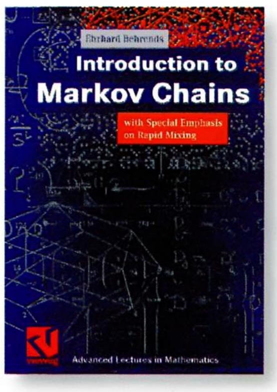
◄ *Природные явления, в частности взаимодействия рыб в косяке, возникают случайным образом, однако обладают одной особенностью: текущее состояние системы в некотором роде определяет следующее, пусть даже оно не зависит от предыдущего.*

► *Знакомый всем бросок монеты используется в спорте, чтобы определить, какая команда начнет матч. Последовательность бросков монеты описывается так называемыми цепями Маркова.*

Очень часто во множестве биологических, социальных процессов и даже в теоретической физике наблюдаются случайные события, связанные между собой подобно звеньям одной цепи. Цепь, соединяющая эти события, обладает особым свойством: каждое ее звено в некотором роде определяет, каким будет следующее звено, которое тем не менее не зависит от предыдущего. Эти цепи изучал русский математик Андрей Андреевич Марков (1856–1922), и теперь они названы в его честь. Далее мы не будем пытаться подробно рассмотреть цепи Маркова, а расскажем об основных понятиях, связанных с ними.

Два эксперимента

Представьте, что мы провели следующий эксперимент: мы бросили монету шесть раз и записали полученные результаты. Допустим, что речь идет о равновесной монете, то есть вероятности выпадания орла и решки одинаковы ($p = 1/2$).



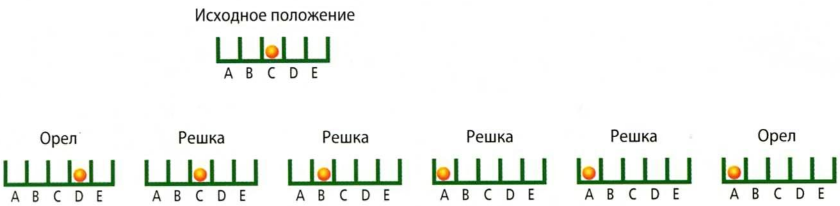
▲ *Изучению цепей Маркова посвящено множество специализированной литературы (на иллюстрации — одна из недавно вышедших книг). Тем не менее ученые до сих пор не пришли к единому мнению относительно того, какую терминологию следует использовать и как должны выглядеть применяемые диаграммы.*

Обозначим решку буквой Р, орла — буквой О. Результатами эксперимента будут последовательности вида:

Р Р О О Р О
Р О Р О Р О
О О О Р Р Р
О О О О О О
....

Эти последовательности имеют характерные различия: в одних больше решек, чем орлов, в других — наоборот. В одних последовательностях результаты чередуются, в других встречаются только орлы или только решки. Можно рассмотреть вопросы вида: «Если выпало две решки, то какова вероятность, что при следующем броске выпадет орел?» Отметим две особенности нашего эксперимента. Во-первых, элементы рассматриваемых последовательностей определяются случайным образом. Во-вторых, монета не имеет памяти, то есть результат каждого броска совершенно не зависит от предыдущих бросков.

Рассмотрим другой эксперимент, при котором мы также будем бросать монету, однако цель этого эксперимента будет иной. Допустим, что у нас есть шарик и пять ячеек, обозначенные буквами A, B, C, D и E. Эксперимент начинается с того, что мы помещаем шарик в произвольную ячейку, например D. Затем мы бросаем монету шесть раз и действуем согласно следующему правилу: если выпадает решка, мы перемещаем шарик на одну ячейку влево, если выпадает орел — на одну ячейку вправо. Когда шарик останавливается в одной из крайних ячеек, A или E, он остается на месте вне зависимости от результата следующего броска монеты. Предположим, что изначально шарик находится в центральной ячейке C, а результат бросков монеты выглядит так: РООООР. Таким образом, в ходе эксперимента шарик будет занимать следующие ячейки:



В результате шарик оказался в ячейке A. Последовательность перемещений шарика можно обозначить так: CDCBAAA.

Вновь, аналогично предыдущему эксперименту, имеем ряд последовательностей. На этот раз вместо орлов и решек они состоят из букв, которым соответствуют ячейки:

B C D E B C D
A A A A A A A
D C B A A A A
....

Эти ряды можно проанализировать разными способами. К примеру, можно попытаться определить вероятность, с которой шарик будет все время перемещаться между соседними ячейками, или найти минимальное число бросков монеты, после которого шарик будет зафиксирован в одной из крайних ячеек.

▼ *При анализе многих случайных событий можно использовать математические методы, в частности матрицы, для представления вероятностей тех или иных событий. Кроме того, с помощью операций над матрицами можно спрогнозировать будущие события.*

Ряды, подобные полученным в результате этих двух экспериментов, называются цепями и являются результатами стохастических процессов. Это означает, что элементы цепи определяются произвольным образом, то есть зависят исключительно от случая. Слово «стохастический» происходит от греческого στοχαστικοζ, что означает «умеющий угадывать». Согласно энциклопедическому словарю, «стохастический» означает «случайный, вероятностный, возможный».

Пространство состояний

В обоих приведенных выше примерах существует множество возможных состояний. В первом эксперименте с броском монеты возможны два состояния: «выпала решка» и «выпал орел». Это множество из двух элементов можно обозначить так: {Р, О}. Во втором эксперименте множество возможных состояний включает пять ячеек, в которых может находиться шарик: {A, B, C, D, E}. В стохастическом процессе множество всех возможных состояний называется пространством состояний. Элементы пространства состояний обычно обозначаются $s_1, s_2, ..., s_n$. Переход из состояния s_i в состояние s_j обозначается $s_i \to s_j$.

Пространство состояний может иметь конечное или бесконечное число элементов. Далее мы рассмотрим только пространства с конечным числом состояний.

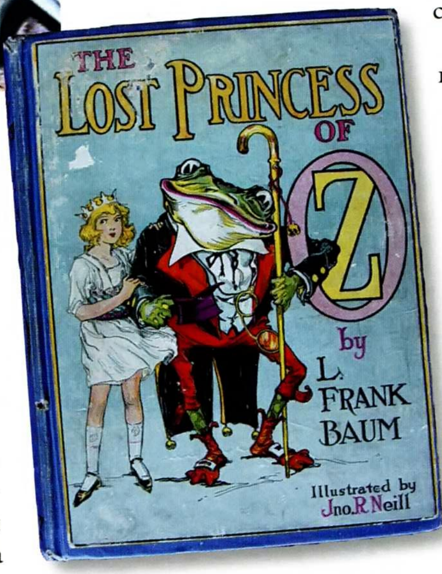
Вектор начальных вероятностей

Стохастический процесс всегда начинается с какого-то конкретного состояния, которое может задаваться в явном виде или определяться случайным образом. В общем случае вектор начальных вероятностей определяется как вектор a, составляющие которого a_i указывают, с какой вероятностью стохастический процесс начнется с состояния s_i.

К примеру, в первом эксперименте с броском монеты вероятности выпадания орла и решки равны 1/2. Вектор начальных вероятностей будет выглядеть так: $a = (1/2, 1/2)$. В примере с шариком и ячейками предположим, что изначально шарик находится в ячейке A. Вектор начальных вероятностей будет иметь вид: $a = (1, 0, 0, 0, 0)$.

Напомним, что вероятность — это число, заключенное между 0 и 1. Так, P = 0,8 означает вероятность в 80 %, то есть благоприятный исход в 8 случаях из 10. Таким образом, 0 обозначает невозможное событие, 1 — достоверное событие (событие, которое происходит всегда). Именно поэтому первая составляющая вектора равна 1, остальные нулю. Если бы шарик находился

◄ *В волшебной стране Оз, которую придумал Лаймен Фрэнк Баум и о которой был снят незабываемый фильм, было всего три вида погоды: дождь, снег и хорошая погода. Если сегодня хорошая погода, то завтра с одинаковой вероятностью пойдет снег или дождь. Если сегодня снег или дождь, то завтра с равной вероятностью будет такая же погода. Если после снега или дождя погода меняется, то на следующий день будет хорошая погода лишь в половине случаев. При таких условиях погоду в стране Оз можно изучить с помощью цепей Маркова.*



в центральной ячейке, вектор начальных вероятностей записывался бы так: $a = (0, 0, 1, 0, 0)$.

Матрицы перехода

Вернемся ко второму примеру с шариком и ячейками. Допустим, что шарик находится в ячейке D. Шарик можно переместить в ячейку C разными способами. Рассчитаем вероятность перехода из ячейки D в ячейку C за один ход. Чтобы это произошло, при броске монеты должна выпасть решка. Вероятность этого события равна 1/2. Обозначим эту вероятность за $P_{DC} = 1/2$. В соответствии с этим критерием можно вычислить вероятности всех смен состояний за один ход и записать их в таблице:

	A	B	C	D	E
A	1	0	0	0	0
B	1/2	0	1/2	0	0
C	0	1/2	0	1/2	0
D	0	0	1/2	0	1/2
E	0	0	0	0	1

Рассмотрим первую строку таблицы. Если шарик находится в ячейке A, вероятность того, что он останется в этой ячейке, равна 1, а вероятность того, что он переместится в любую другую ячейку, равна 0 согласно установленным правилам эксперимента. Аналогично заполняется строка, соответствующая ячейке E. В любой другой строке, к примеру той, что соответствует ячейке C, вероятность того, что шарик переместится за один ход в несмежную ячейку, равна 0, вероятность перехода в смежную ячейку — 1/2. Если мы представим все эти значения не в виде таблицы, а в виде матрицы, получим так называемую матрицу перехода:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1/2 & 0 & 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1/2 & 0 & 1/2 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

В этой матрице представлены 25 вероятностей, соответствующих возможным состояниям во втором эксперименте.

Все элементы этих матриц обозначают вероятности, следовательно, заключены на интервале от 0 до 1. Кроме того, сумма элементов в любой строке этой матрицы всегда будет равна 1.

Далее для простоты мы будем использовать не матрицы, а таблицы.

Цепи Маркова

Теперь предположим, что мы хотим вычислить вероятность, с которой произойдет последовательность переходов $B \to C \to D \to E$. Очевидно, что искомая вероятность будет произведением следующих вероятностей, указанных в таблице:

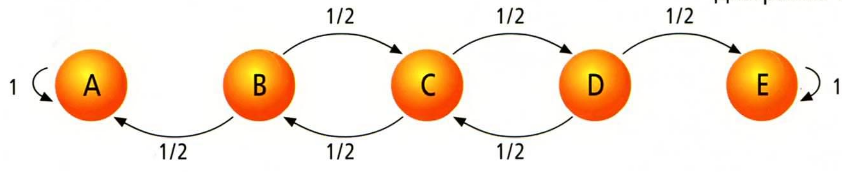
$$P(B) \cdot P(B \to C) \cdot P(C \to D) \cdot P(D \to E) = \\ = 1/2 \cdot 1/2 \cdot 1/2 \cdot 1/2 = 1/16.$$

Все процессы, к которым можно применить это правило, называются марковскими. Их характерная особенность заключается в том, что вероятность перехода в определенном направлении на следующем шаге определяется только текущим состоянием процесса, а не предыдущими его состояниями. Два эксперимента, которые мы рассмотрели выше, — это примеры цепей Маркова.

Диаграммы перехода

Диаграммы перехода позволяют наглядно представить цепи Маркова. Эти диаграммы можно получить напрямую из матрицы перехода. Построим диаграмму, описывающую эксперимент с шариком и ячейками:

Диаграмма 1



◀ Может показаться необычным, но системы, используемые для организации железнодорожных перевозок (на фотографии — станция городской железной дороги), основаны на диаграммах перехода, с помощью которых нетрудно изобразить цепи Маркова.

Чтобы построить диаграмму перехода, сначала нарисуем нужное число кружочков (по числу состояний в пространстве состояний) и обозначим каждый соответствующей буквой. Далее обозначим стрелками переходы из одного состояния в другое. Подпишем на стрелках соответствующие значения вероятностей. К примеру, согласно таблице вероятность перехода из B в A равна 1/2. Переходы между C и D имеют ту же вероятность, и так далее. Так можно построить цепочку состояний, связанных между собой стрелками. В случае с состояниями A и E мы изобразили стрелку, которая замыкается на саму себя, так как, согласно правилам эксперимента, если шарик находится в ячейке A или E, он будет оставаться там вне зависимости от того, каким будет результат следующего броска монеты — орел или решка.

Возьмем карандаш и попробуем пройти различными путями по диаграмме, как по рельсам. (Между прочим, цепи Маркова используются в том числе и при планировании железнодорожных перевозок.) Мы сразу же увидим, что существуют особые множества состояний, например BCD. Во-первых, мы всегда можем перейти из любого элемента этого множества к любому другому элементу этого множества. Во-вторых, найдется по меньшей мере один переход, ведущий за пределы этого множества. Если множество состояний обладает этими свойствами, оно называется переходным, а его элементы — переходными элементами. Также привлекают внимание конечные элементы цепи, A и E: когда мы достигаем одного из этих двух состояний, мы попадаем в ловушку, из которой нельзя выбраться. Такие состояния называются поглощающими.

Рассмотрим еще четыре диаграммы, соответствующие разным экспериментам:

Диаграмма 2

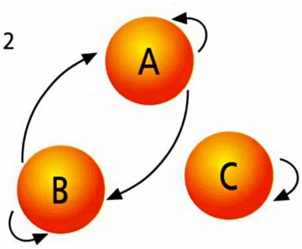


Диаграмма 3

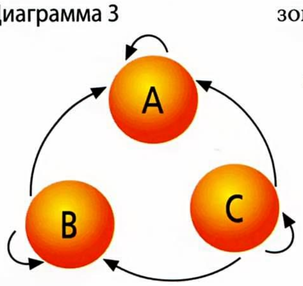
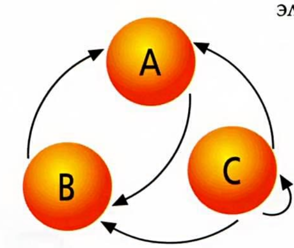


Диаграмма 4



От диаграммы к таблице

Хотя для нашего анализа использовать таблицу переходов необязательно, покажем, что ее несложно построить на основе диаграммы 2.

	A	B	C
A	1/2	1/2	0
B	1/2	1/2	0
C	0	0	1

Первое, что бросается в глаза, — множество, образованное состояниями A и B. Можно перейти из одного из этих состояний в другое, однако перейти к какому-либо состоянию за пределами множества невозможно. Такие множества называются эргодическими, а образующие их состояния — эргодическими, или возвратными. В эргодических системах мы также попадаем в ловушку. Можно сказать, что элемент C также характеризует эргодическое состояние, и ввести новое определение: поглощающее состояние — это эргодическая система, образованная единственным элементом.

Проследим различные пути на диаграмме 3 и посмотрим, какие виды состояний мы обнаружим. Очевидно, что A — поглощающее состояние: после того, как мы попадаем в него, мы уже не можем выбраться. Для элементов B и C характерны некоторые особенности, на которых следует остановиться подробнее. Во-первых, множество {B, C} не является переходным, так как из состояния B нельзя перейти в состояние C. Тем не менее каждый из элементов этого множества является переходным. Иными словами, и B, и C являются переходными, так как удовлетворяют всем необходимым для этого условиям. Согласно данному ранее определению, одиночный элемент можно считать переходным, если он связан сам с собой и существует по меньшей мере один переход, соединяющий этот элемент с остальными.

На диаграмме 4 имеем эргодическую систему, образованную состояниями {A, B}, и переходный элемент C. Здесь следует отметить одну новую характеристику: эргодическая система является циклической и имеет период равный 2: попав внутрь системы, через каждые два шага мы будем возвращаться к одному и тому же состоянию.

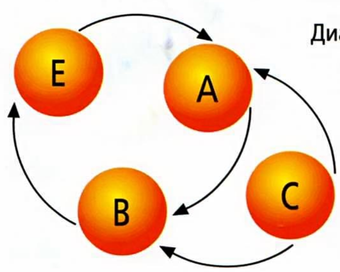


Диаграмма 5

◄ *Если мы хотим изучить, например, результаты голосования на президентских выборах в США, нужно принимать во внимание результаты прошлых выборов. Следовательно, прогноз результатов выборов, выполненный с помощью цепей Маркова, будет тем точнее, чем больше предыдущих выборов будет учтено.*

На диаграмме 5 также изображена циклическая эргодическая система, образованная состояниями {A, B, E}. Период этой системы равен 3. Если мы находимся, например, в состоянии A, то каждые три перехода будем возвращаться к нему же (напомним, что если мы оказались внутри эргодической системы, то покинуть ее нельзя).

Эргодические множества

Состояние C на диаграмме 4 является переходным, на диаграмме 5 — нет, так как не существует перехода, который ведет из этого состояния к нему же.

Если читатель ознакомится с учебником, посвященным цепям Маркова, он может обнаружить, что эти понятия называются по-другому. Дело в том, что (редкий случай в математике!) в этой области до сих пор отсутствует общепринятая терминология, и даже диаграммы перехода можно строить разными способами. Как бы то ни было, смысл основных понятий остается неизменным. Интересно отметить, что диаграммы переходов очень похожи на графы, о которых мы рассказывали в одном из предыдущих выпусков. В действительности диаграммы переходов и графы тесно связаны друг с другом и отчасти являются взаимодополняющими.

▼ *Процессы обнаружения и слежения очень сложны, и наиболее многообещающие результаты удалось получить с помощью высокоуровневых моделей, основанных на цепях Маркова или нечеткой логике.*

Различные виды состояний, которые мы рассмотрели (можно выделить и другие разновидности состояний, если уточнить критерии классификации), позволяют составить классификацию цепей Маркова. Она слишком сложна, чтобы привести ее здесь, поэтому опишем ее лишь в общих чертах. Сначала вернемся ненадолго к диаграмме 3. Рассмотрим множество состояний {A, B, C}. Можно утверждать, что оно эргодическое (так называемая простая эргодическая система). Таким образом, во всех примерах, которые мы рассмотрели, всегда найдется как минимум одно эргодическое множество.

Можно доказать, что в любой конечной цепи Маркова существует как минимум одно

Андрей Андреевич Марков

Андрей Андреевич Марков родился 14 июня 1856 года в Рязани, умер 20 июля 1922 года в Петрограде (ныне Санкт-Петербург). В 1878 году он окончил Санкт-Петербургский университет, в котором преподавал почти всю свою жизнь. Марков был активистом русского либерального движения, действовавшего до Первой мировой войны. Он вышел в отставку в возрасте всего 50 лет, однако активно участвовал в работе Академии наук. Все свое внимание он уделял теории чисел и теории вероятностей. Марков первым применил для расчета вероятностей непрерывные дроби.

Цепи Маркова впервые были описаны в 1906 году в вестнике Физико-математического общества Казанского университета. Цепи Маркова подробно изучил Норберт Винер в 1923 году, а теории, описывающие марковские процессы, создал Андрей Колмогоров в 1930 году.

эргодическое множество. Произвольная цепь Маркова не обязательно содержит переходные элементы. Следовательно, этот признак может стать первым критерием классификации: цепи можно разделить на основе того, есть в них переходные элементы или нет. Результатом этой очень общей классификации будут две большие группы: поглощающие цепи Маркова, в которых все непереходные состояния являются поглощающими, и эргодические цепи, которые образованы единственной эргодической системой, как показано на диаграмме 3.

Изучение цепей Маркова можно считать подразделом более общей дисциплины — так называемого исследования операций, которая также охватывает смежные темы, в частности теорию массового обслуживания и линейное программирование. Они используются прежде всего в телекоммуникациях для контроля и обработки сигналов, а также при изучении любых явлений, которые можно смоделировать как временную последовательность случайных значений, как дискретных (например, подсчет числа людей на автобусной остановке каждые четыре минуты), так и непрерывных (к примеру, наблюдение за температурой тела). Эти последовательности будут описывать стохастические процессы, которые в определенных идеальных условиях можно рассматривать как цепи Маркова и проанализировать с помощью соответствующих математических методов.

◄ *Изучение цепей Маркова можно рассматривать как часть более общей дисциплины — исследования операций, куда относятся, в частности, теория массового обслуживания, теория управления запасами, теория сетей, теория игр, изучение временных рядов, линейное программирование и так далее. Исследование операций заключается в применении современных научных методов для решения задач, возникающих при рассмотрении систем как единого целого.*

ЭТО ИНТЕРЕСНО

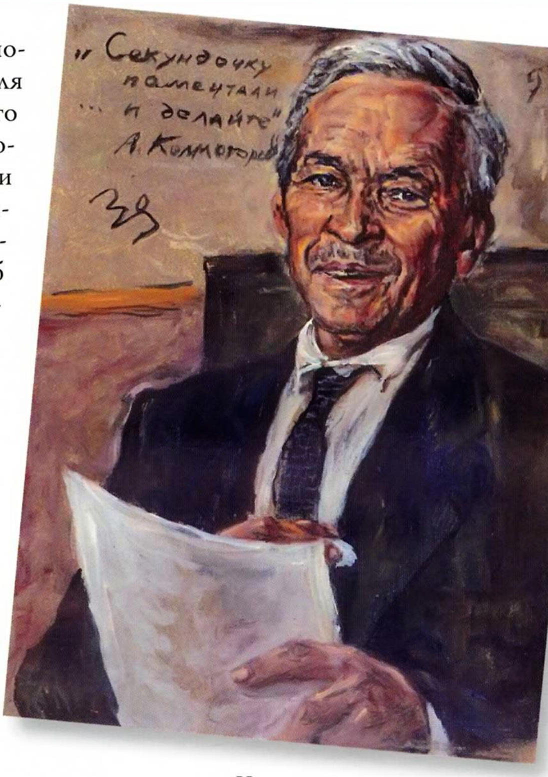
- Любопытно, что Марков никогда не пытался использовать свои теории в точных науках. Единственным практическим применением его открытий стало изучение художественных текстов. Марков рассмотрел гласные и согласные звуки и провел интересный анализ их чередования в романе А. С. Пушкина «Евгений Онегин» (на иллюстрации ниже изображена дуэль между Онегиным и Ленским).

- Прообраз цепей Маркова упоминается в «Методической энциклопедии» маркиза де Кондорсе (1743–1794), опубликованной в 1783 году и посвященной вычислению вероятностей. В одной из шести статей, содержащихся в «Энциклопедии», проведен подробный анализ случайных последовательностей, а также определено понятие, весьма схожее с цепями Маркова. Весьма вероятно, что Марков не был знаком с «Энциклопедией».

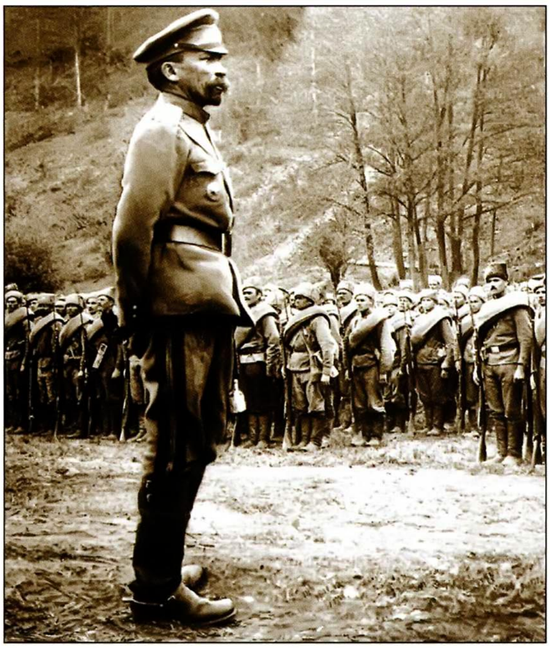
Андрей Колмогоров, вне всяких сомнений, один из крупнейших русских математиков всех времен. Он работал в самых разных областях, однако особое внимание уделял теории вероятностей, которая благодаря его трудам обрела новое измерение.

Математик и педагог
Андрей Колмогоров

Андрей Николаевич Колмогоров родился 25 апреля 1903 года в Тамбове. Его отец Николай Катаев был агрономом, во время революции был сослан, позднее стал директором комитета по образованию в Наркомземе и погиб при наступлении войск Деникина в 1919 году. Мать Вера Яковлевна умерла при родах, и Андрей провел детство в доме дедушки и бабушки по материнской линии. Образованием мальчика занималась его тетя со стороны отца, которая вместе с сестрами основала маленькую школу, где обучение велось по прогрессивной методике. Когда Андрею исполнилось семь лет, тетя отвезла его в Москву, где определила в гимназию Е. А. Репман. Эта престижная частная школа после революции перешла к государству и была преобразована в школу второй ступени № 23. Там в благоприятной интеллектуальной среде проявились зачатки таланта Андрея Колмогорова.



▲ *На этом портрете великого русского математика А. Н. Колмогорова кисти художника Димы Гордеева в левом верхнем углу можно прочесть такие слова: «Секундочку помечтайте и делайте».*



◄ *Отец Колмогорова погиб в Гражданскую войну (на фото генерал Корнилов выступает перед войсками).*

В 1920 году в России бушевала Гражданская война. То время было сложным во всех отношениях, однако новые политические течения оказались весьма выгодными для системы образования в целом и университетов в частности. Образование для способных студентов было бесплатным, некоторым даже выдавались небольшие суммы денег на покрытие основных расходов. Колмогоров учился одновременно на физико-математическом отделении Московского государственного университета и металлургическом отделении Химико-технологического института имени Менделеева, однако спустя несколько месяцев оставил металлургию и целиком посвятил себя математике.

Встреча с Лузиным

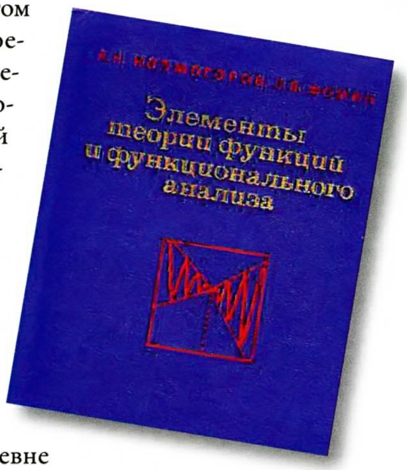
Учителем Колмогорова был один из виднейших математиков той эпохи — Николай Николаевич Лузин (1883–1950), собравший вокруг себя большую группу талантливых юных математиков. Первый курс Лузин посвятил теории аналитических функций и привел доказательство теоремы Коши, для которого Колмогоров предложил контрпример. Лузин убедился в правоте Колмогорова и остался впечатлен его способностями. (Сегодня известно, что и доказательство Лузина, и контрпример Колмогорова были ошибочными.) Лузин пригласил Колмогорова в свою группу, где тот познакомился с математиками Павлом Урысоном (1898–1924) и Павлом Александровым (1896–1982). Дружеские отношения с ними Колмогоров поддерживал до конца жизни.

► *Николай Николаевич Лузин (1883–1950) собрал вокруг себя группу учеников, некоторые из которых стали выдающимися математиками. Особое место среди них занимает А. Н. Колмогоров.*

◀ *Семейная жизнь Колмогорова началась в 1942 году, когда он женился на Анне Дмитриевне Егоровой, с которой когда-то вместе учился в школе (на фотографии — дом Колмогоровых).*

К моменту окончания университета в 1925 году Колмогоров уже был всемирно известен: в 19 лет он описал функцию, в существование которой не верил ни один член математического сообщества. (Эта функция интегрируема по Лебегу, а ее разложение в тригонометрический ряд расходится во всех точках.) К 30 годам Колмогоров возглавлял Институт математики и механики МГУ. В то время в России были отменены все чины, включая научные звания, которые были восстановлены лишь в 1935 году. В этом же году Колмогорову была присвоена степень доктора физико-математических наук без защиты диссертации: к тому моменту он опубликовал 59 статей в международных журналах, что в полной мере доказывало его заслуги как математика. В 1939 году Колмогоров был избран академиком-секретарем Отделения физико-математических наук Академии наук СССР и стал отвечать за научную политику в области математики и физики во всем Советском Союзе. В 1942 году Колмогоров женился на Анне Дмитриевне Егоровой (1910–1988), с которой он когда-то вместе учился в школе второй ступени № 23.

▼ *Одной из граней математического творчества Колмогорова были учебники по высшей математике, в частности «Элементы теории функций и функционального анализа»*



ЭТО ИНТЕРЕСНО

- В пять лет Колмогоров удивил учителей, сказав, что открыл следующий закон:

$$1 = 1^2$$
$$1 + 3 = 2^2$$
$$1 + 3 + 5 = 3^2$$
$$1 + 3 + 5 + 7 = 4^2$$
$$\ldots\ldots$$
$$1 + 3 + \ldots + (2n - 1) = n^2$$

- Колмогоров был вынужден бороться за свое существование, особенно в трудные годы, последовавшие за Октябрьской революцией (на фото внизу Ленин обращается к трудящимся). В то время Колмогоров работал на строительстве железных дорог, был машинистом и библиотекарем в составе, курсировавшем по Сибири.

Научные работы

Научные работы Колмогорова в основном связаны с изучением случайных событий. В 1924 году совместно с А.Я. Хинчиным он опубликовал статью «О сходимости рядов, члены которых определяются случаем», в которой впервые приводится знаменитое неравенство Колмогорова, в 1931 году — статью «Аналитические методы в теории вероятностей», где заложил основы математической формализации цепей Маркова. Аксиоматика общей теории вероятностей, которая считается корректной и применяется и сейчас, изложена в его статье «Основные понятия теории вероятностей» (1933).

Колмогоров тесно сотрудничал с учеными из других областей, в частности с физиками и биологами. Важнейшие результаты этого сотрудничества — анализ задач о турбулентности со стохастической точки зрения и изучение ветвящихся процессов. Первый результат оказался настолько важен, что в 1946 году Колмогоров был назначен директором лаборатории атмосферной турбулентности в Институте теоретической геофизики Академии наук. Второй результат дал начало новому разделу теории стохастических процессов.

Последние 20 лет жизни Колмогоров практически полностью посвятил педагогической деятельности и стал одним из организаторов первой математической олимпиады. Андрей Николаевич Колмогоров скончался 20 октября 1987 года в возрасте 84 лет.

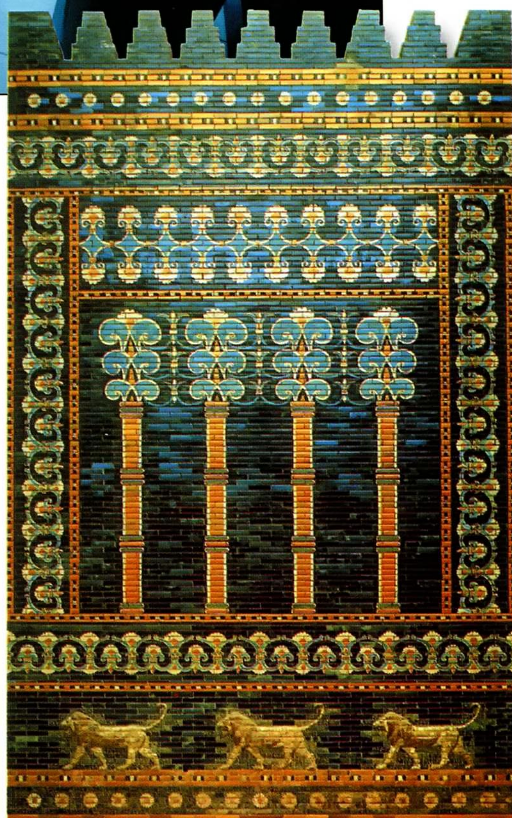
▼ *Последние 20 лет жизни А. Н. Колмогоров посвятил педагогической деятельности. Он поддерживал отношения со студентами и стал одним из идейных вдохновителей первой математической олимпиады.*

Великий венгерский математик Пал Эрдёш (1913–1996) утверждал: «Числа существовали бы, даже если не существовало бы Вселенной». Если это утверждение верно, то ноль и единица есть начало и конец всего сущего.

Числа

Ноль и единица

◄ *Без нуля и единицы, составных частей нашей системы счисления, было бы невозможным существование целого спектра технологий, которые играют важнейшую роль в научно-техническом прогрессе человечества. Компьютеры понимают только то, что записано в виде нулей и единиц.*



▲ *В вавилонской культуре, от которой остались впечатляющие дворцы (на иллюстрации — ворота королевского дворца Вавилонии), была создана непозиционная система счисления, основанная на повторении символов, имевших фиксированное значение.*

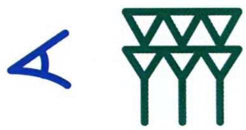
Можно сказать, что число один в некотором роде более естественное, чем ноль. Единица, на основе которой определяются все остальные числа, находится в основе любой примитивной системы счисления. В отличие от нее ноль искусственно создан человеком и принадлежит к более сложным системам счисления. В любом случае, ноль и единица присутствовали на всех этапах истории человечества. Они возникли при решении задач, связанных с подсчетами, несколько веков спустя обрели статус абстрактных математических сущностей и наконец стали основными элементами современной науки о компьютерах — информатики.

Ноль

В древности ноль или эквивалентные ему понятия были частью систем счисления многих культур, в частности китайской, вавилонской и культуры майя. Тем не менее ученые сходятся на том, что первыми систематически использовать ноль начали вавилоняне. Изначально ноль возник как обязательный элемент так называемых позиционных систем счисления, к которым, в частности, относится вавилонская. Рассмотрим вкратце систему счисления, которую использовали вавилоняне.

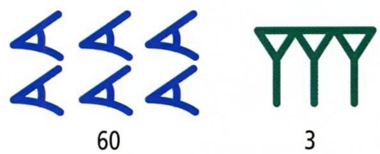
Для записи чисел использовались два символа: 𒁹 обозначал единицу, 𒌋 — десять. Из-за клиновидной формы этих символов вавилонская письменность стала называться клинописью.

Для представления разных чисел использовалась повторная запись этих символов. К примеру, число 16 записывалось так:



а число 42 — так:

В примитивной системе счисления число 63, к примеру, записывалось бы так:



Однако в такой системе нельзя записать очень большие числа. Эффективно работать с большими числами можно только в позиционной системе счисления. Напомним, что в позиционной системе счисления каждая цифра имеет определенное значение в зависимости от того, какое место в записи числа она занимает. К примеру, цифра 3 в записи числа 1342 означает триста, в записи числа 439 — тридцать, в записи числа 23 — три. Примером непозиционной системы счисления является римская система, в которой символ X всегда обозначает десять вне зависимости от того, на какой позиции он записан.

Система счисления, которую использовали вавилоняне, была шестидесятеричной. Иными словами, ее основанием было число 60, а не 10, как в нашей десятичной системе счисления, в которой порядок числа меняется каждые 10 единиц: за числом 9 следует 10, в котором цифра 1 обозначает десятки. В соответствии с этими критериями вавилоняне записывали число 63 так:

1 3

Число

26 12 6

в нашей десятичной системе счисления записывалось бы так:

$$26 \cdot 60^2 + 12 \cdot 60 + 6 = 94\,326.$$

Шестидесятеричная система счисления не слишком сложна; все мы хорошо с ней знакомы, так как именно ее мы используем при отсчете времени. Если мы хотим выразить 94 326 секунд в часах, минутах и секундах, мы выполняем указанные выше действия и получаем результат: 26 часов, 12 минут и 6 секунд — именно так это число записывается в вавилонской системе счисления.

▲ *В римской системе счисления, пример которой показан на иллюстрации, использовался определенный набор символов, имевших неизменное числовое значение. Значение этих символов не менялось в зависимости от занимаемого ими положения в записи числа, поэтому римская система счисления не была позиционной.*

Неудобства возникают тогда, когда в какой-либо из позиций нет никакого числа. Допустим, мы не знаем, что такое ноль. Как записать число 305? Мы можем оставить пустое место между 3 и 5 и записать 3# 5. Именно такая система, несмотря на сомнительную эффективность, использовалась в большинстве культур, среди которых была и вавилонская. Изначально вавилоняне обозначали ноль так:

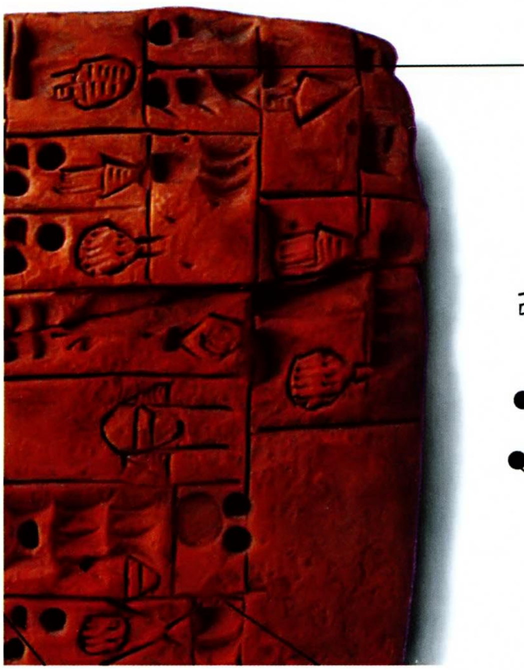
то есть оставляли пустое место между двумя цифрами.

Один из главных недостатков этого метода заключается в том, что переписчик текста может по ошибке пропустить это пустое место и записать цифры рядом. Очень часто именно так и происходило. Решение было найдено во II веке до н. э., когда появился символ  (или ).

Так родился вавилонский ноль — самый древний, но не единственный ноль в истории человечества.

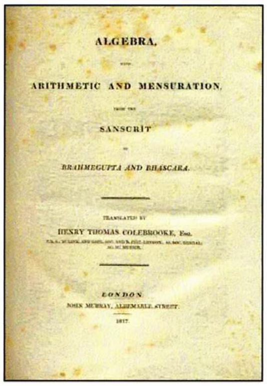
▼ *И майя (справа), и вавилоняне (внизу слева) создали символы для обозначения нуля. В первом случае ноль напоминал ракушку (круг), во втором представлял собой две записанные рядом единицы.*

В других культурах, в частности в культуре майя, позднее были созданы позиционные системы счисления, в которых особым знаком обозначалось пустое место, отсутствие числа в заданной позиции (у майя этот знак напоминал раковину). Прагматичные китайцы записывали числа в клетках и обозначали ноль пустой клеткой. Однако никто не смог применить ноль для ответа на следующий вопрос: «Сколько будет три минус три?»



▲ *Интерпретация величин, записанных на глиняной табличке.*

◀ *В китайской культуре, помимо множества других изобретений, был создан абак (на иллюстрации), который используется и в наши дни. Кроме того, китайцы изображали ноль по-своему: они оставляли пустой клетку, соответствующую этой цифре.*



ALGEBRA,
WITH
ARITHMETIC AND MENSURATION,
FROM THE
SANSCRIT
OF
BRAHMEGUPTA AND BHASCARA.

TRANSLATED BY
HENRY THOMAS COLEBROOKE, Esq.

LONDON:
JOHN MURRAY, ALBEMARLE STREET.
1817.

▲ *С появлением труда Брахмагупты в 628 году (на фото выше) ноль обрел новый смысл — «ничто» — и стал равноправным членом индийской системы счисления.*

Ноль как число

В конце VI века индийские математики также создали позиционную систему счисления, а вместе с ней — особый символ (изначально слово), который обозначал отсутствие цифры в определенной позиции. Этот символ назывался сунья, что означает «пустота», и напоминал маленькую окружность. Однако со временем, преимущественно благодаря книге астронома Брахмагупты, созданной в 628 году, ноль в арифметике стал обозначать «ничего» и превратился в число: величина, которая вычиталась из «ничего», становилась отрицательной; величина, прибавленная к «ничему» — положительной. Ноль стал не только символом, но и величиной, а следовательно, обрел ту же роль, что и остальные цифры индийской системы счисления.

Появление нуля как величины считается одним из важнейших открытий в истории математики. Ноль начали использовать арабские математики, с которыми он попал в Европу в XII веке вместе с позиционной системой счисления.

Единица

Если ноль как число может «уничтожить» все остальные числа, то единица порождает все прочие числа: любое из них можно получить последовательным прибавлением единицы к себе самой. Даже бесконечность можно определить как сумму неопределенного числа единиц. Поэтому неудивительно, что в нумерологии, где рассматриваются мистические свойства чисел, единица считается порождением всего сущего.

Тем не менее, подобно тому как ноль можно рассматривать с двух точек зрения (как знак в позиционной системе счисления и как величину), один и единица, цифра и величина, также различаются. В «Началах» (книга VII) Евклид писал:

> Единица есть то, через что
> каждое из существующих считается единым.
> Число же — множество,
> составленное из единиц.
> Часть есть число в числе, меньшее в большем,
> если оно измеряет большее.

Напомним, что для пифагорейцев понятие меры было связано с единицей, так как измерить означало сравнить две вещи, имеющие общую меру. Открытие несоизмеримых величин стало причиной серьезного кризиса пифагорейской школы.

Напомним, что две величины называются несоизмеримыми, если они не имеют общей меры (в равнобедренном прямоугольном

ЭТО ИНТЕРЕСНО

- Арабы использовали слово «сирф» («пустота») для перевода слова «сунья» с санскрита. Это слово латинизировалось и превратилось сначала в слово «сифра», затем — в «цифра». В английском языке для обозначения нуля используется слово zero, происходящее от этого же слова «сирф», для остальных цифр — digit. В немецком языке «цифра» звучит как Ziffer, а ноль обозначается словом die Null.

ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ
ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΒΙΒΛ. ΙΕ.
ΕΚ ΤΩΝ ΘΕΩΝΟΣ ΣΥΝΟΥΣΙΩΝ.

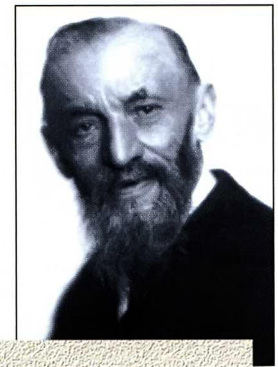
Adiecta praefatiuncula in qua de disciplinis Mathematicis nonnihil.

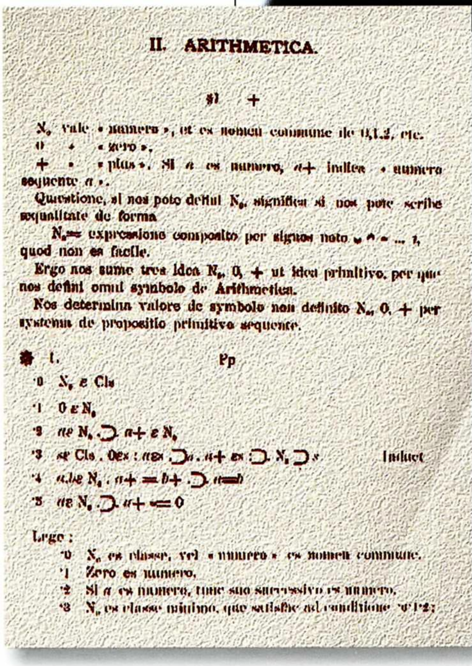
BASILEAE APVD IOAN. HERVAGIVM ANNO M. D. XXXIII. MENSE SEPTEMBRI.

◀ *В книге VII своего известнейшего труда «Начала» в котором, как считается, были заложены основы геометрии, Евклид рассмотрел различия между понятиями «один» и «единица», то есть между числом и величиной. На иллюстрации изображена обложка полного собрания сочинений Евклида, изданного в швейцарском городе Базель в 1533 году.*

треугольнике с катетом длиной 1 длины гипотенузы и катета несоизмеримы). Тем не менее Евклид в книге V «Начал» утверждает, что единица есть нечто общее для всех соизмеримых величин, но не общее для несоизмеримых, откуда следует, что понятие единицы применимо как к соизмеримым, так и несоизмеримым величинам. Здесь важно отметить, что «единица» как мера понимается иначе, чем «один» как число. В «Началах» Евклида и более поздних трактатах под единицей меры понимается не число, а отрезок. Более того, когда Евклид оперирует геометрическими величинами, он никак не упоминает ни единицу, ни какой-либо отрезок, который был бы равен «одному». Единица начинает играть роль числа при рассмотрении свойства Архимеда, согласно которому для любого числа N всегда существует число N + 1, большее, чем N.

Итальянский математик Джузеппе Пеано (1858–1932) в своих знаменитых аксиомах, опубликованных под общим названием «Начала арифметики, изложенные новым методом», предложил абстрактное формальное определение системы натуральных чисел. Первая аксиома Пеано гласит: «1 является натуральным числом». На основе этой недоказуемой истины, подобной кантовскому категорическому императиву, Пеано путем последовательного прибавления единицы выстраивает всю последовательность натуральных чисел.





II. ARITHMETICA.

§1 +

N_0 vale «numero», et es nomen commune de 0,1,2, etc.
0 » «zero».
+ » «plus». Si a es numero, $a+$ indica «numero sequente a».

Questione, si nos pote defini N_0, significa si nos pote scribe aequalitate de forma

N_0 = expressione composito per signos noto ... quod non es facile.

Ergo nos sume tres idea N_0, 0, + ut idea primitivo, per que nos defini omni symbolo de Arithmetica.

Nos determina valore de symbolo non definito N_0, 0, + per systema de propositio primitivo sequente.

*1. Pp

·0 $N_0 \varepsilon$ Cls
·1 $0 \varepsilon N_0$
·2 $a \varepsilon N_0 . \supset . a+ \varepsilon N_0$
·3 $s \varepsilon$ Cls . $0 \varepsilon s : a \varepsilon s . \supset_a . a+ \varepsilon s : \supset . N_0 \supset s$ Induct
·4 $a, b \varepsilon N_0 . a+ = b+ . \supset . a = b$
·5 $a \varepsilon N_0 . \supset . a+ -= 0$

Lege:
·0 N_0 es classe, vel «numero» es nomen commune.
·1 Zero es numero.
·2 Si a es numero, tunc suo successivo es numero.
·3 N_0 es classe minimo, que satisfac ad conditione ·0·1·2;

▲ *В книге «Начала арифметики, изложенные новым методом», одна из страниц которой изображена на иллюстрации, итальянский математик Джузеппе Пеано (1858–1932) предложил формальное и абстрактное определение системы натуральных чисел.*

Нейтральные элементы

С развитием современной алгебры ноль и один перешли в категорию абстрактных сущностей и стали играть ключевую роль при определении алгебраических структур. На основе свойства, которым обладает ноль применительно к операции сложения целых чисел ($x + 0 = 0 + x = x$), а один — применительно к произведению ($1 \cdot x = x \cdot 1 = x$), была определена абстрактная сущность — нейтральный элемент. Нейтральный элемент можно определить для любого множества, на котором определена внутренняя операция над его элементами.

Кроме того, ноль дал начало еще одной категории элементов — так называемых поглощающих элементов, обладающих свойством $x \cdot 0 = 0$ для любого элемента x.

Десятичное значение	Двоичное значение
1	0001
2	0010
3	0011
4	0100
5	0101
6	0110
7	0111
8	1000
9	1001
10	1010

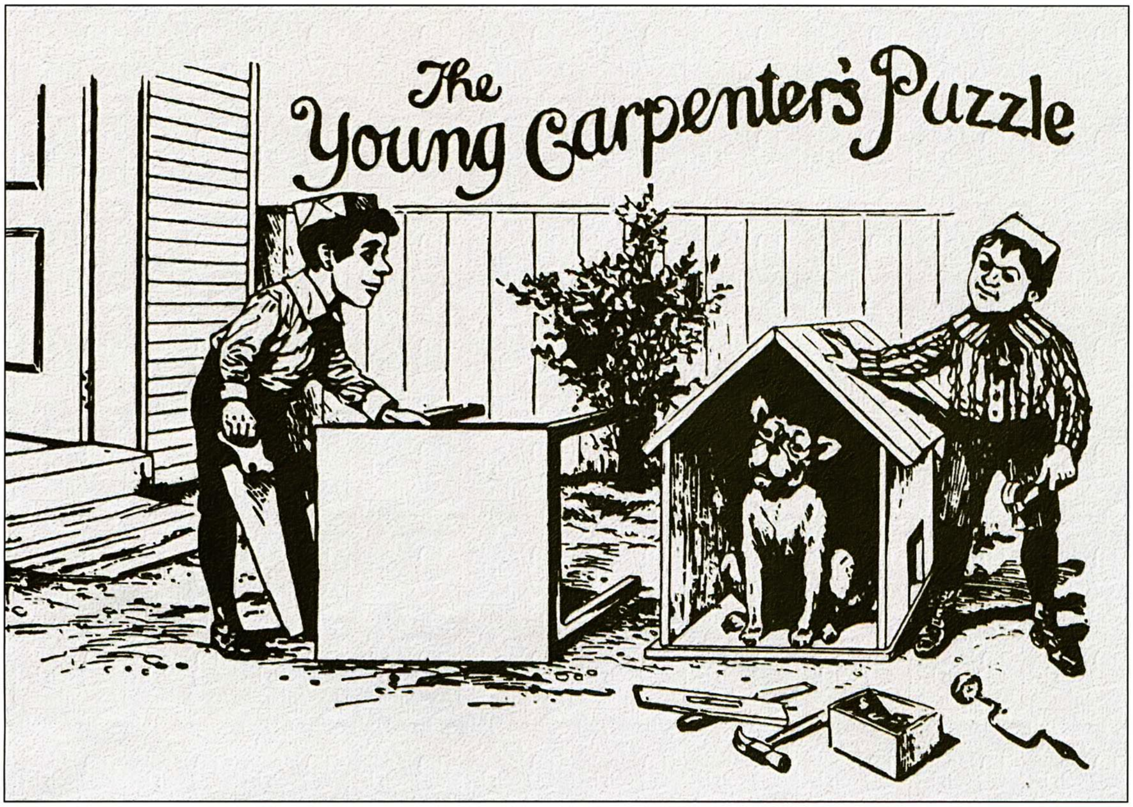
ЭТО ИНТЕРЕСНО

От испанских студентов можно услышать фразу Multiplíquese por cero (дословно — «умножься на ноль»), что означает «исчезни», «растворись», «пропади с глаз долой». Эту фразу часто использует герой испаноязычной версии популярного мультсериала Барт Симпсон (внизу). Еще в XIII веке в Европе выражение Cyfra de angorismo (позднее эти слова превратились в известные нам «цифра» и «алгоритм») считалось оскорблением: оно означало «ничтожество», «пустое место».

Биты

В информатике 0 и 1 являются как символами, так и величинами. Это символы, так как они представляют одно из возможных состояний устройства: 0 обозначает «выключено», 1 — «включено» (или любые другие физические состояния, которые используются аппаратным обеспечением компьютера). Так ноль и один превратились в так называемые биты. Кроме того, 0 и 1 — это числа в двоичной системе счисления, то есть в системе счисления по основанию 2 (см. таблицу слева). В этой системе счисления любое число можно представить как последовательность нулей и единиц. К примеру, в двоичной системе 25 записывается как 11001, 37 — как 100101. Обе эти последовательности нулей и единиц обозначают физическое состояние конкретного участка в памяти компьютера, а также имеют арифметическое значение как величины, так как их можно, например, умножить следующим образом: 11001 · 100101 = 1010100011. Ни один математик в истории (быть может, за исключением Лейбница) и не подозревал, что эти два числа когда-нибудь будут играть столь важную роль в жизни людей. Можно сказать, что растущая компьютеризация все новых и новых областей повседневной жизни стала возможной только благодаря единице и нулю.

Некоторые задачи на деление



Каково минимальное число частей, на которые следует разрезать столешницу, чтобы достроить собачью будку?

1. Головоломка молодого плотника

Уже иллюстрация к этой задаче способна рассказать многое. Не нужно быть Шерлоком Холмсом, чтобы сказать, что двое мальчишек нашли в сарае старый ящик с инструментами, их мама отправилась на собрание, а на дворе, должно быть, четверг, так как именно в этот день у прислуги выходной.

На рисунке можно увидеть еще немало интересного: например, как огромный пес пытается выбраться из конуры через маленькую дверцу, которую мальчишки проделали в одной из стенок. Однако эту задачу пес должен решить самостоятельно, а мы не будем терять времени и перейдем к нашей головоломке.

Как разрезать квадратную столешницу кухонного столика на минимально возможное число частей так, чтобы из них можно было изготовить недостающую стенку собачьей конуры?

2. Задача о Луне

Один известный специалист в статье, недавно опубликованной в медицинском журнале, пишет: «Если говорить о возможности лечения болезней напряжением воли, то отмечу, что в Швейцарии сила воображения столь сильна, что горные пастухи едят свой черный хлеб с превеликим удовольствием, веря, что это зеленый сыр, из которого сделана Луна, а дети дерутся за воображаемые порции».

Меня не интересуют религиозные аспекты этой старой истории, однако я обнаружил, что ее можно превратить в интересную задачу. Оставим в стороне нелепую фантазию изображенных на

▼ Если бы Луна была куском зеленого сыра, то на сколько частей вы смогли бы разделить ее пятью прямыми разрезами?

рисунке пастухов и предположим, что главный резчик хочет разделить Луну на максимальное число частей пятью разрезами. К сожалению, пастухи должны будут довольствоваться маленькими кусочками, так как Луна находится в последней четверти, поэтому ее нужно разрезать максимально выгодным образом. Сможете ли вы помочь пастухам?

Проведите с помощью линейки и карандаша пять прямых линий и посмотрите, на сколько частей вы сможете разделить Луну.

3. Собачья голова из имбирного хлеба

Перед вами простая практическая задача на деление, которую я специально немного усложнил к большому удовольствию некоторых любителей головоломок.

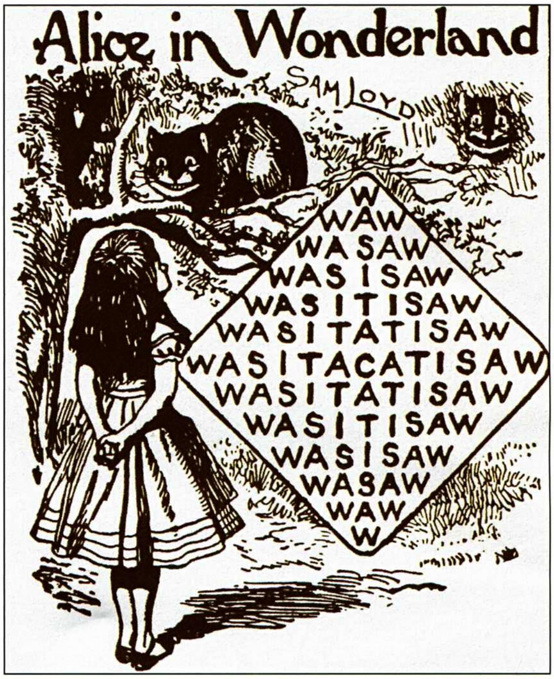
Тудд получил в подарок собачью голову из имбирного хлеба. Родители сказали ему, что он должен поделиться с маленьким братом. Желая разделить подарок по справедливости, Тудд хочет узнать, как можно разделить собачью голову на две части одинаковой формы и размера.

Сколько внимательных любителей головоломок смогут помочь мальчику и покажут, как нужно разделить лакомство?

4. Алиса в стране чудес

Вспомним удивительные приключения Алисы и Чеширского кота, который имел обыкновение растворяться в воздухе так, что от него оставалась лишь неотразимая улыбка. Когда Алиса впервые увидела кота, она захотела узнать, к какому виду животных он принадлежит. В Стране чудес все вопросы можно задавать только в письменном виде, и она записала свой вопрос. Однако по обычаю в Стране чудес написанное читают задом наперед, и Алиса записала вопрос так, как показано на рисунке. Читатель может начать и закончить фразу, где ему вздумается, — точно так же, как делают обитатели Страны чудес.

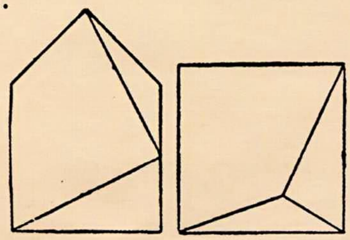
Сколькими разными способами можно прочитать вопрос Алисы «Was it a cat I saw?» — «Видела ли я кота?» Начните с любой буквы W, после чего каждый раз переходите к одной из смежных букв, пока не достигнете центральной буквы C, а затем вновь направляйтесь к краю. На каждом ходу можно переходить к любой из соседних букв — вверх, вниз, вправо, влево, но не по диагонали.



▸ *Сколькими способами можно прочесть вопрос «Was it a cat I saw?»*

Решения

1.

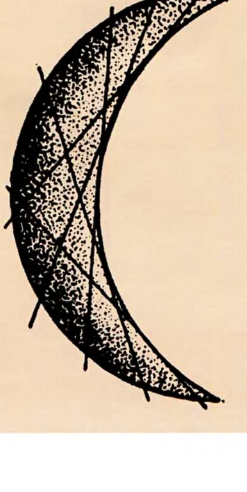


2. Используя особую форму Луны самым выгодным образом, можно разрезать кусок сыра на 21 часть.
(Было подсчитано, что максимальное число частей, на которые можно разделить круг n разрезами, равно

$$\frac{n^2 + n}{2} + 1.$$

Для растущей Луны это число возрастает до

$$\frac{n^2 + 3n}{2} + 1.)$$



3.

4. Многие прекрасные математики совершают ошибку, пытаясь решить задачу исходя из того, что число начальных и конечных точек равно 24. Они предполагают, что общее число вариантов равно 24 в квадрате, то есть 576. Но они упускают из вида боковые пути, то есть не учитывают еще 252 способа, которыми можно добраться до буквы C в центре. Так как вернуться к одной из букв W можно таким же числом способов, правильный ответ — 252 в квадрате, то есть 63 504.

ЭТА УДИВИТЕЛЬНАЯ ВЕРСИЯ ЛЕГЕНДАРНЫХ КУБИКОВ СОМА ХОТЬ И ПРЕДСТАВЛЯЕТ СОБОЙ ВАРИАЦИЮ ИСХОДНОЙ ГОЛОВОЛОМКИ В ТРЕХМЕРНОМ ПРОСТРАНСТВЕ, ОДНАКО ОЧЕНЬ СИЛЬНО ОТЛИЧАЕТСЯ ОТ НЕЕ.

Новый взгляд на классическую головоломку
Кубики сома в перспективе

◄▼ Головоломка видоизменена так, что при рассмотрении с некоторых точек ее очень сложно отличить от традиционных кубиков сома (в центре).

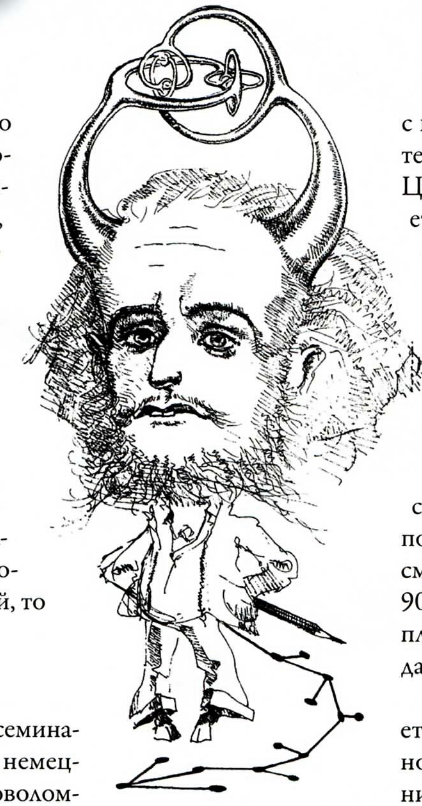
Все в нашем мире — исключительно вопрос восприятия. Если мы посмотрим на «Кубики сома в перспективе» с определенной точки, нам покажется, что перед нами классические кубики сома. Тем не менее это совершенно не так. Фигура, которая кажется гармоничным и пропорциональным кубом, в действительности им не является, равно как и составляющие его маленькие кубики.

Деформация, использованная автором «Кубиков сома в перспективе», имеет не только эстетическую и геометрическую ценность, но и существенно сокращает число решений: если классическая головоломка Пита Хейна имеет 240 решений, то ее новая версия — всего одно!

Новая головоломка

Хейн создал кубики сома в 1936 году на семинаре по квантовой механике, который вел немецкий физик Вернер Гейзенберг. К этой головоломке имел самое непосредственное отношение еще один блестящий ученый — британский математик Джон Хортон Конвей: в 1961 году он первым определил число ее возможных решений.

Сам Хейн назвал свое творение «умножением единицы», так как в его головоломке большой куб был образован кубиками меньшего размера. «Кубики сома в перспективе» тесно связаны с исходной головоломкой Хейна: они состоят из тех же семи элементов, однако деформированных. Цель новой головоломки, как и прежде, заключается в том, чтобы составить большой куб (в этом случае деформированный). Тем не менее, несмотря на все эти сходства, следует отметить, что поиск решения «Кубиков сома в перспективе» следует производить совершенно иначе.

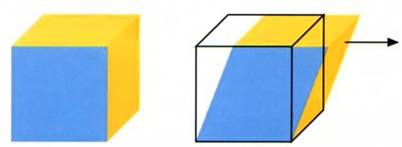


▲ Британский математик Джон Хортон Конвей, один из крупнейших математиков последних десятилетий, — большой любитель интеллектуальных игр, внесший важный вклад в теорию головоломок.

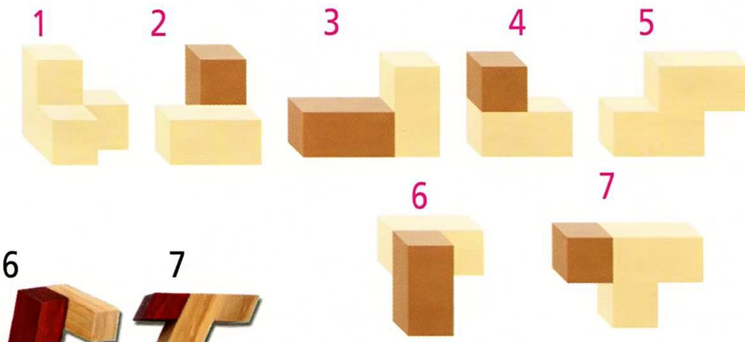
Составные части

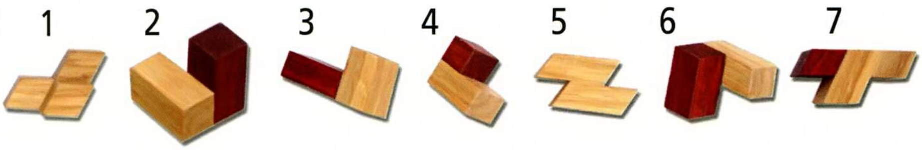
Основным элементом «Кубиков сома в перспективе» в отличие от кубиков сома является параллелепипед. Это многогранник, противоположные грани которого параллельны, при этом смежные грани не обязательно образуют угол в 90°, как в кубе. Благодаря такому расположению плоскостей внешний вид граней параллелепипеда различается.

В примере на рисунке показано, как изменяется куб после смещения в направлении, указанном стрелкой. В результате этого преобразования образуется новая фигура (справа), передняя и задняя грани которой принимают форму ромбов (передняя грань выделена синим цветом). Прочие грани куба остаются неизменными.



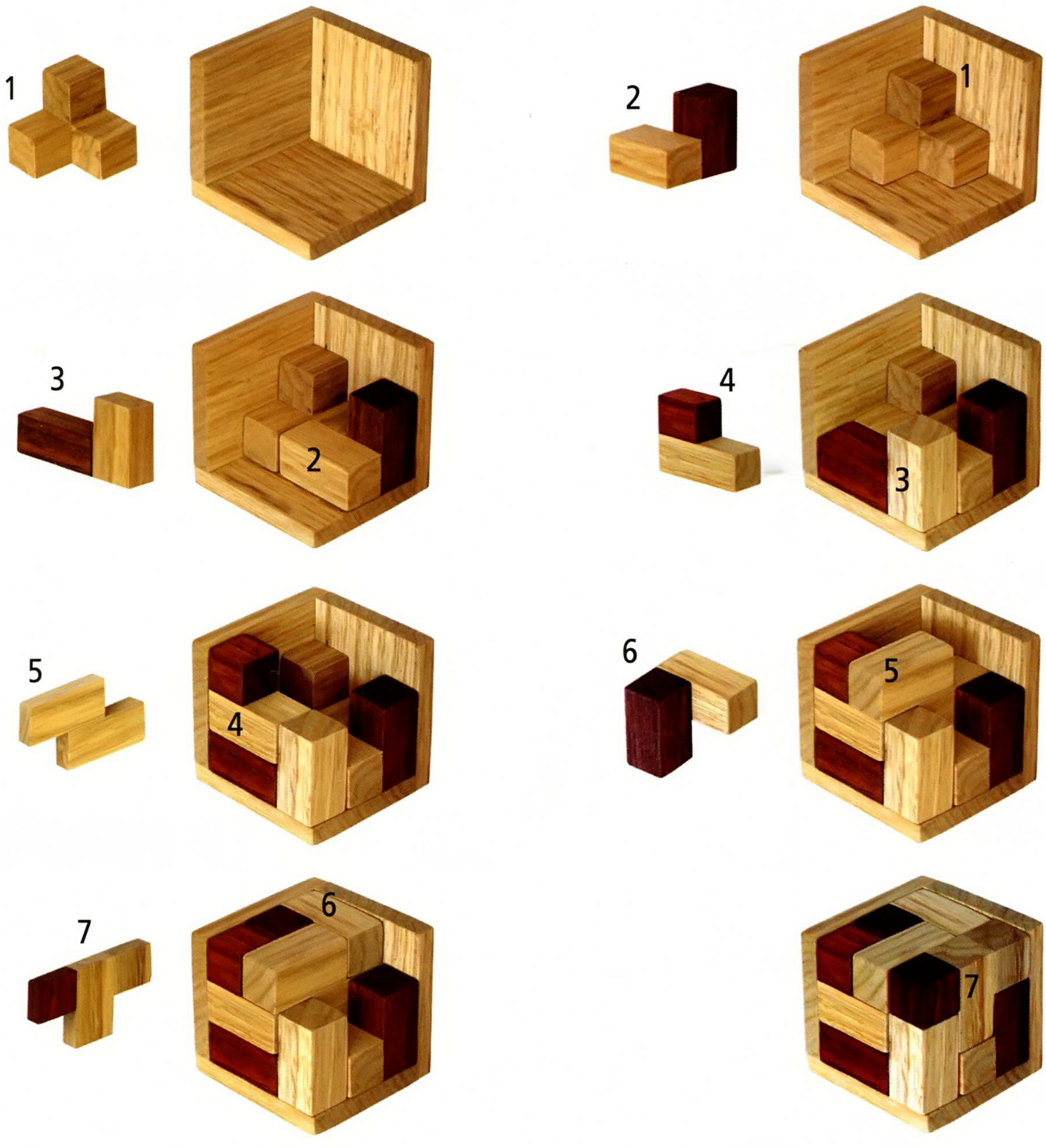
27 маленьких параллелепипедов, из которых состоят «Кубики сома в перспективе», соприкасаются полными гранями и образуют шесть элементов из четырех кубиков и еще один элемент из трех кубиков. На следующих рисунках семь элементов нашей головоломки (внизу) сравниваются с элементами классических кубиков сома.





Решение

Чтобы решить головоломку, рекомендуется тщательно изучить все ее элементы. Интересно сравнить их грани и найти среди них одинаковые: элементы головоломки соприкасаются друг с другом как минимум одной полной гранью. Также будет очень полезно изучить различные двугранные углы (больше или меньше 90°).




18 17 3
11 8 7 19
9 6 5 4 16
14 1 2 12
15 10
13

DeAGOSTINI ПРЕДСТАВЛЯЕТ

Пропустили выпуск любимой коллекции?

Просто закажите его на сайте **www.deagostini.ru**

Для вашего удобства рекомендуем приобретать выпуски в одном и том же киоске и заранее сообщать продавцу о вашем желании покупать следующие выпуски коллекции

Для украинских читателей:
заказ возможен на сайте www.deagostini.ua или по телефону горячей линии 0-800-500-8-40

В следующем выпуске через 2 недели

Плитки шоколада

Проблемы Гильберта
Непростые задачи для математиков

Настоящий рассеянный ученый
Давид Гильберт

Кибернетика
Управление информацией

Лучшее от Генри Э. Дьюдени
Последние головоломные задачи

Спрашивайте в киосках!

16+